



TITLE:

マランゴニ対流の波数選択過程 (熱対流の数理解析: 流れ場の構造)

AUTHOR(S):

村上, 洋一; 松生, 謙二

CITATION:

村上, 洋一 ...[et al]. マランゴニ対流の波数選択過程 (熱対流の数理解析: 流れ場の構造). 数理解析研究所講究録 1999, 1115: 71-86

ISSUE DATE:

1999-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/63413>

RIGHT:

マランゴニ対流の波数選択過程

阪府大 工 村上洋一 (Youichi Murakami)

阪府大 工 松生謙二 (Kenji Matsuo)

1 はじめに

表面張力は温度依存性を持つので、自由表面のある流体系において温度攪乱が入ると、表面張力の不均一が生じ、対流が発生することがある。ここでは、このようにして生じた対流をマランゴニ対流と呼ぶことにする。マランゴニ対流は、流体運動に伴う移流の非線形性に加えて、表面における非線形効果も考慮しなければならないので、その理論的取り扱いには浮力によるレイリー・ベナール対流よりも複雑になる。

この研究では、気液2層系のマランゴニ対流で現れる対流セルの構造のスケールおよび対称性を理論的に予測することを目的とする。液層のみならず気層を考慮する理由は、マランゴニ対流の発生条件が気層の厚さに大きく依存することが、線形安定性解析 ([1]-[3]) により示されているからである。特に、上下の固体壁の熱伝導性が悪く (B_i が小さい) かつ気層が十分に薄い場合に、長波長不安定が生じることが示されている [3]。このような場合の臨界点近傍における攪乱の非線形発展を記述する方程式が Golovin et al [2] によって、漸近展開により導出されている。彼らは、この長波長方程式をもとに振幅方程式を導き出し、ロール、正方形セル、六角形セルの存在およびその線形安定性を議論している。特に、これらのよく議論される構造以外の 12 回対称性をもつ準結晶状対流セルを予測している点が興味深い。しかしながら、彼らの解析では、予め臨界波数のモードが複数 (12 個) 現れると仮定している。レイリー・ベナール対流ではよく知られていることであるが、臨界点近傍においても現れるモードの波数は臨界波数と異なることが実験的に知られている [4], [5]。ここでは、波数の大きさの変化 (対流セルのスケール) も考慮して対流セルの構造パターンが決定される機構について考える。

ここでは、水平方向に無限に広がった不均一のない理想的な場合を考えているので、線形分散関係は水平面において等方的であるので、図 1(b) に示すように臨界モードは波数空間で円周上に分布する。円周上にあるモードをすべて考慮することが望ましいが、通常は実験でよく現れるモードを少数考慮することが多い。さらに、超臨界状態では、図 1(c) に示すように不安定モードは円環の内部に分布する。線形安定性の立場からはこれらのモードはすべて成長しうるが、通常の実験においては、特定の波数の不安定モードのみが成長し、対流セルを形作ることが知られている [6]。また、この研究では、よく制御された実験を模擬した微小なランダム初期条件に限定する。

このような状況で、多くの不安定モードの中から特定のモードが選択される機構に関する理論的研究は多数あるが、主に3つのアプローチに分類できると考えられる。まず、考えられるのは、多自由度の連立振幅方程式（連立ランダウ方程式）を導出し、その定常解の線形安定性を議論することである[7]。このような解析によって、出現可能な対流セルのパターンを絞り込むことはできるが、線形安定な定常解が多数存在することもあり、このような場合にどのパターンが実際に現れるか（もしくは、初期条件にどのように依存して現れるのか）を予測することはできない。この問題を解決するために、Newell and Pomeau[8]は、連立振幅方程式が勾配系であることに着目して、リャプノフ汎関数を定常解毎に評価し、最小値を与えるものが、出現するという考えを提案している。後に、この考えが成立しているかどうかをわれわれの系で検証する。また、Mizushima[9]は連立ランダウ方程式を直接数値計算することを行い、この問題を議論している。このアプローチでは、予めどの範囲でどの程度モードをとるのか明らかでないので、結果のモード数依存性を考慮する必要がある。また、非線形項を評価するために自由度 N に対して $O(N^2)$ の計算量が必要になるので、多自由度の直接数値計算は困難になる。

次のアプローチは、臨界点近傍での空間依存性を含めたダイナミックスを記述する方程式を導いて、その方程式に基づいて議論することである。図1(c)で表わされる不安定モードを含む必要がある。振幅方程式に空間依存性を考慮したNewell-Whitehead[10]方程式（Stewartson-Stuart[11]方程式）は、1つの臨界モードのまわりでの空間変調を考慮しているので、この条件を満たさない。自由度を増やして連立すると不安定モードをすべて考慮することができるであろうが、どの程度自由度を増やせばよいかは自明ではないし、計算量も非常に増える。取り扱う長波長方程式はこれら不安定モードをすべて含んでいるので、このような問題を扱うのに適している。厳密な意味では、長波長方程式は臨界波数が0になっているが、ビオット数が小さいという条件では、完全な長波長ではなく、有限の（長い）波長のモードで不安定が生じ、図1で示す状況になる。固体壁の熱伝導性がよい場合は、有限の波長の不安定が生じる。このような場合、Swift-Hohenberg[12]方程式に代表される種々のモデル方程式が導かれているが、これらは流体層の深さ方向に関してガラーキン近似を行っており、漸近展開としてはそれ程厳密なものではない。

最後のアプローチは、流体の基礎方程式を直接数値計算する方法である。Lipps and Somerville[13]は、レイリー・ベナール対流に関して既に1971年に2次元および3次元の数値シミュレーションを差分法で行い、次元により選択されるロールの波長が異なるという結果を得ている。当時の計算機の限界から3次元計算の空間の範囲はそれ程大きくない。また、2次元に関してはGetling[14]が異なる方法で数値シミュレーションし、実験と比較するためには、ノイズが重要であることを指摘している。広い水平面内での3次元直接数値計算を実行するのは、さまざまなパラメータで実行するのは、現在の計算機でも不可能ではないが、かなり困難である。ダイナミックスを何らかの方法で縮約する必要がある。

この講究録では、まず、Golovin et al[2]により導かれた長波長方程式について簡単に

説明する。次に、この長波長方程式に基づいて導出された連立ランダウ方程式に基づく彼らの解析を追試した結果および直接数値計算した結果を示し、リアプノフ汎関数による予測の有効性について吟味をする。また、振幅方程式の結果の波数依存性について検討し、長波長方程式を直接数値シミュレーションする必要性の根拠を示す。長波長方程式の時間発展の手法およびその結果について述べ、波数とパターンがどのような機構で選択されているかについての1つの説明を与える。最後に、この研究のまとめと今後の課題について述べる。

2 マランゴニ対流の長波長方程式

臨界点（臨界マランゴニ数 Ma_c ）近傍における長波長攪乱のダイナミクスを支配する次の近似方程式が、Golovin et al[2] によって多重尺度解析を用いて導出されている。

$$\begin{aligned} \partial_t \Phi &+ \nabla \Phi \times \nabla \Psi + 2\Delta \Phi - 2\Delta H \\ &+ \Delta^2 \Phi - \nabla \cdot (|\nabla \Phi|^2 \nabla \Phi) \\ &+ \lambda \nabla \cdot (\Delta \Phi \nabla \Phi) + \mu \Delta |\nabla \Phi|^2 \\ &+ \nu \nabla \cdot (H \nabla \Phi) + \beta \Phi = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Delta \Psi = p^{-1} \nabla (\Delta \Phi) \times \nabla \Phi - q \nabla H \times \nabla \Phi, \quad (2)$$

$$\Delta (gH - c\Delta H) = -\Delta \Phi, \quad (3)$$

ここで、 Φ, Ψ, H は各々温度攪乱、攪乱の流れ関数および界面変形である。パラメータは、 $\lambda = \lambda(a, \kappa, Pr)$, $\mu = \mu(a, \kappa, Pr)$, $\nu = \nu(a, \kappa)$, $p = 2Pr/13$, $q = q(a, \kappa)$, $g = \zeta_g(a)G$, $c = \zeta_c(a, \kappa)Ca$ のように依存しており、詳細な定義は、ここでは省略するが、Golovin et al[2] で与えられている。独立なパラメータは $Pr, \kappa, a, g, c, \beta$ の6つである。この解析では、上下の固体壁が完全に等温の場合 ($\beta = 0$) の臨界マランゴニ数 ($Ma = Ma_c$) より少し大きい状態に固定し、 β をコントロールパラメータとしている。 a は気層と液層の厚さの比で、ここでは気層は液層の半分の厚さに固定して $a = 0.5$ としている。また、気層を空気、液層を水に限定するので、 $Pr = 7, \kappa = 0.043$ としている。 g, c は、連立振幅方程式による解析で、12回対称性準周期結晶セルが生じ得る数値を選択して、 $g = 0.015, c = 0.147$ を選ぶ。

線形増幅率 s は次のような線形分散関係

$$s = 2k^2 \left(1 + \frac{1}{g + ck^2} \right) - \beta \quad (4)$$

によって与えられる。系が水平面内で等方的なので、波数 $k = (k_x, k_y)$ の大きさ k にのみ依存している。図2は、取り扱うパラメータに対する線形増幅率 $s(k)$ を示している。こ

のパラメータでは、臨界値 $\beta_c = 14.4721$ をとり、臨界波数は $k_c = 1.03$ である。式(4)からわかるように、パラメータ β を減少させるほど不安定になる。ここで、臨界波数は常に最大増幅率を与える波数に対応することを強調しておく。

3 連立振幅方程式

式(1)~(3)から、臨界波数の大きさのモード間の相互作用を記述する連立振幅方程式が、Golovin et al[2]により導出されている。彼らは、波数空間において互いに $\pi/6$ の角度をなす12個のモード（複素共役をとると、6個のモードは、残りの6個のモードになるので、複素振幅では6自由度となる）を選んでいる。6角形セルが2つ組み合わせられてできる12回対称準結晶セルを想定しているためである。具体的には、

$$\frac{dA_1}{dt} = \gamma A_1 + \alpha A_3^* A_5^* + \beta_0 |A_1|^2 A_1 + \dots \quad (5)$$

のような形になる。なお、 γ は線形増幅率で、(4)で決定される。¹

このような連立振幅方程式に対しては、以下のようにリャプノフ汎関数を定義できる。

$$F = -\sum_{j=1}^6 \gamma |A_j|^2 - \sum_{j,k=1}^6 \frac{1}{2} \beta(\theta_{jk}) |A_j|^2 |A_k|^2 - \alpha (A_1 A_3 A_5 + A_1^* A_3^* A_5^* + A_2 A_4 A_6 + A_2^* A_4^* A_6^*) \quad (6)$$

ここで、 $\theta_{jk} = \cos^{-1}(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{k}_k / |\mathbf{k}_j| |\mathbf{k}_k|)$ と定義されている。この表式を用いて、

$$\frac{da_j}{dt} = -\frac{\delta F}{\delta A_j^*} \quad (7)$$

のように書くことができる。よって、

$$\frac{dF}{dt} = -\left(\frac{\delta F}{\delta A_j^*}\right)^2 \quad (8)$$

のようにリャプノフ汎関数は単調減少である。解が有限であることを仮定すると、この表式からアトラクターとしては定常解（固定点）以外存在しないことを示すことができる。定常解を与えることで、リャプノフ汎関数の値を評価することができ、より小さな値を与える状態がより安定であり、実現しやすいと考えられている[8]。

3.1 線形安定性

¹解析の都合上、数値シミュレーション(s, a)とランダウ方程式(γ, A)で正規化が異なっている。振幅および増幅率の対応はこのパラメータで、 $\gamma = 1.085s$, $a = 2.748A$

連立ランダウ方程式の定常解に対する線形安定解析の結果、安定ダイアグラムが得られる。その1例が図3(a)に与えられている。増幅率 γ を変化させたときの3種類の定常解の平衡振幅とその安定性が示されている。黒丸が安定で白丸が不安定を表わす。正方形対流セルは超臨界のみで平衡振幅が有限の値をとるが、他の2つは2次の非線形性の効果で亜臨界においても有限の振幅を持つ平衡状態が存在する。一般に、ある程度臨界から離れると、振幅の大きさについては次の大小関係が成立している。

$$A_{\text{dodecagon}} < A_{\text{hexagon}} < A_{\text{square}}. \quad (9)$$

また、6角形対流セルは臨界点近傍で安定であるが、臨界点から大きく離れると不安定化する傾向にある。また、正方形対流セルは臨界点近傍では不安定であるが、臨界点から離れると安定化している。また、両者が安定である領域の一部で準結晶対流セルが安定になっている。また、このパラメータではロールは増幅率によらず常に不安定であるので、図では省略されている。増幅率によっては多重安定の領域が存在していることがわかる。このような場合に現実にはどの状態が観察されるかはこのダイアグラムからはわからない。

図3(b)には、この標準パラメータのもとで波数を少しずらした場合 ($|k| = 1.024$) の安定ダイアグラムが示されている。波数のずれに比較して、安定領域の変化が大きいことがわかる。特に、6角形対流セルの安定領域は非常に変化している。このように、パターンの選択を考える場合は選択される波数の大きさをかなり正確に決定する必要があると考えられる。

3.2 リャプノフ汎関数

図4には、標準パラメータで臨界波数 ($|k_c| = 1.03$) の場合の3種類の定常状態に対するリャプノフ汎関数の値 F の増幅率 γ 依存性が示されている。線形不安定な状態に対してもこの値は定義されることに注意しておく。ある程度臨界から離れると、リャプノフ汎関数の大きさは次の大小関係が成立する。

$$F_{\text{square}} < F_{\text{dodecagon}} < F_{\text{hexagon}}. \quad (10)$$

この大小関係は更に γ を大きくしてもこの場合変化しない。図3(a)と図4から、線形安定な正方形対流セルが最小のリャプノフ汎関数の値を与えることがわかる。

3.3 数値シミュレーション結果

よく制御された実験のように微小なランダムな攪乱が含まれているときに、多重安定な場合にどのような状態が実現されるかを数値シミュレーションで調べた。通常の4次のルンゲークッタ法をここでは用いた。時間刻みは $\Delta t = 10^{-2}$ とし、定常解の振幅およ

びリャプノフ汎関数の値は解析的な結果と一致することを確認した。初期条件は振幅の大きさを 10^{-3} とし、異なる種類のランダムを20とおりに用いた。実現したすべての状態に対して、平衡振幅の値およびリャプノフ汎関数の値は解析的表式と一致していることを確認した。

図5には $\gamma = 0.3$ の場合の振幅の時間発展およびリャプノフ汎関数の時間発展が示されている。この場合は六角形セルと正方形セルが線形安定な状態であり、正方形セルの方がリャプノフ汎関数は小さい。初期には($t < 20$)、すべてのモードが線形増幅率にしたがって増大しているが、その後の非線形相互作用により六角形セルを構成する3つのモードが選択され、定常状態に到達している。行ったすべてのランに対して六角形セルが実現した。

次に、 $\gamma = 0.4$ の場合は、図3(a)によると3種類の状態がすべて線形安定である。この場合は、初期条件によって、六角形セルが出現したり、準結晶セルが出現したりする。初期値依存性があるが、試した範囲では、67%の割合で六角形セルが現れた。正方形セルも線形安定ではあるが、実現することはなかった。この場合、準結晶セルは安定と不安定の臨界に近い安定状態である。

さらに、 $\gamma = 0.6$ の場合も、3種類の線形安定な状態があるが、初期条件に依らず常に準結晶セルが実現した。

また、 $\gamma = 0.9$ の場合も3種類の線形安定な状態があるが、準結晶セルと正方形セルの2種類の状態が実現した。いったん準結晶セルの状態に到達し、さらに正方形セルの状態に遷移することが多いが、初期条件によっては準結晶セルにとどまることもある。準結晶セルの現れる割合は、20%である。正方形セルが実現する場合は近似的な準結晶セルの状態を常に経由していた。

最後の、 $\gamma = 1.2$ の場合は、準結晶セルと正方形セルが線形安定であるが、常に正方形セルが実現した。

以上をまとめると、おおよそ次のようになる。

1. 多重安定の場合は、原則的には、振幅の小さいモード数の多い場合が初期条件に依らず実現される。
2. 安定な振幅の小さい状態が不安定と安定の臨界から近いときは、初期条件によってその状態や他の状態が実現されることがある。また、他の状態のみが実現されることもある。

したがって、必ずリャプノフ汎関数最小のものが選択されるわけではないこと、パターン選択に関しては初期条件に依存する場合があることが明らかになった。また、近似的に、最小振幅の状態が選択されやすいと言えるであろう。

4 長波長方程式の直接数値シミュレーション

長波長方程式の数値シミュレーションは、空間領域 $0 < x < 2\pi L/k_c$, $0 < y < 2\pi L/k_c$ に対して周期境界条件を適用し、数値計算法としては通常のフーリエ・ガラーキン法を用いる。空間のサイズは $L = 16, 32, 64$ を用いていたが、以下では、 $L = 16$ の場合の結果のみを示す。 $0 < x < 2\pi/k_c$ を 8 つのフーリエ成分で分解する。時間積分は積分因子法による 1 次の前進オイラー法を用い、 $\Delta t = 0.01$ とした。初期条件は微小な乱数 (10^{-4}) もしくは 1 2 回対称性をもつ臨界波数のモードを用いた。

図 6 に臨界点に近い場合の温度の等高線の時間発展の数値計算結果を示す。増幅率は $s = 0.05$ ($\gamma = 0.0542$) で、図 3(a) から予想される線形安定なパターンは 6 角形セルである。²初期条件として微小な 1 2 回対称性をもつ臨界波数のモード与えた場合の結果を示す。初期 ((a) $t = 0 \sim 40$) は与えたパターンが線形増幅率にしたがって指数的に増大する。(b) $t = 80$ で初期条件として与えたモードの中で減衰するものが現れ、パターンが変化している。(c) $t = 120 \sim 200$ では、初期条件として与えたモードの中で優勢な 2 つのモードのみが残り、正方形セルを構成している。(d) $t = 280$ では、初期条件として与えた最大増幅率を持つモードよりも少し低波数のモードが現れ始め、8 回対称性のような構造を形成する。この後、8 回対称性のような構造は崩れ、(e) $t = 800$ のような状態を経て、最終的には、(f) $t = 1200$ のような 6 角形セルとなる。この場合の空間平均波数は、 $\bar{k} = 1.010$ であり、初期の $k = 1.03$ から低波数側にずれている。ここで、時間発展の途中で不安定な定常状態（この場合は、正方形セル）にいったん近づくことを強調する。

同一のパラメータで、初期条件を微小なランダムノイズにした場合の結果が、図 7 に示されている。この場合は途中の不安定な構造は必ずしも明らかではない。 $t = 4000$ まですべての数値計算を行ったが、この状態は完全な最終状態ではなく、ゆっくりと変化している。また、その場合のフーリエ成分の大きい値が図 7(f) に示されているように、ほぼ 3 つのピークを持っている。この場合の空間平均波数は、 $\bar{k} = 1.015$ であり、12 回対称性を持つ初期条件の場合とかなり近い値をとっているが、その理由は明らかではない。

次に、臨界からかなり離れた場合に、微小なランダムな初期条件からの時間発展の結果を図 8 に示す。増幅率 $s = 0.6$ ($\gamma = 0.651$) であり、図 3(a) からは 3 つのパターンすべてが線形安定であることが予測される。初期の時刻図 8(a) $t = 10$ において、ほぼ同じ大きさの対流セルがほぼ同一の間隔で形成されつつある。このときは平均波数は最大増幅率の波数 $k = 1.03$ に近いことを確認している。図 8(b) $t = 20$ において、ベースになる対流セルよりも「大きな」対流セルが新たに生じ始め、その個数は時間とともに増大する (図 8(c) $t = 40$, 図 8(d) $t = 60$)。図 8(e) $t = 400$ で、ほぼ定常状態に到達する。その場合のフーリエ成分の等高線が図 8(f) $t = 400$ に示されている。アモルフォスやガラスの回折格子による像と非常によく似ているが、同じ大きさの波数がどの程度等方的に分布しているかを詳細に調べていない。少数モードの連立振幅方程式からはこのようなパターンを

²ただし、振幅方程式による振幅の大きさと長波長方程式によるそれとは、かなりのずれが生じる [15]。

予測することはもちろんできない。また、平均波数 $\bar{k} = 0.710$ のようにかなり低波数側にずれている。この場合も中間状態をいったん経由してより低波数側の構造が選択されていることに注目したい。

同様の数値シミュレーションを様々な線形増幅率 s に対して行い、時間発展の結果選択された平均波数 \bar{k} と線形増幅率($s = \beta_c - \beta$)の関係が図9に示されている。図9から、臨界から離れるほど低波数の構造が選択されていることがわかる。

5 まとめと今後の課題

Golovin et [2] が導いた長波長方程式をもとに、マランゴニ対流で生じる対流セルのスケール（波数）および構造の対称性について数値的に調べた。

連立ランダウ方程式に基づく結果から以下の結果が得られた。

1. 平衡振幅および線形安定性の結果は波数の大きさに強く依存するので、波数を正確に決定する必要がある。
2. リャプノフ汎関数を最小にする定常解が微小な初期条件から選択されるとは限らない。
3. 微小な初期条件からは、振幅の小さい定常状態が選択される傾向があるが、絶対的なものではない。

最後の結果に対して、何らかの解析的な裏付けをとることが望ましいと考えられる。

次に、直接数値シミュレーションより、以下の結果が得られた。

1. 臨界点から離れるにつれ、選択される波数はより低波数にずれていく。
2. はじめに最大増幅率に対応する構造が現れ、その不安定性により低波数の構造が現れるようである。
3. 臨界から離れた状態では、空間的に乱れた状態（アモルフォスやガラスに似た状態）が現れる。

低波数の構造が現れてくることは、モードの波数を臨界波数に固定している連立振幅方程式による予測が有効ではないことを示唆している。また、低波数の構造が選択される機構として、最大増幅率に対応する構造の不安定性が重要であると考えられる。今後の課題として、選択されるモードの波数は臨界波数 k_c から低波数側にずれていくことを踏まえて、最大増幅率に対応する構造の不安定性を明らかにしたいと考えている。

参考文献

- [1] I. B. Simanovskii and A. A. Nepomnyashchy: *Convective Instabilities in Systems with Interface* (Gordon and Breach Science Publishers, 1993).
- [2] A. A. Golovin, A. A. Nepomnyashchy and L. M. Pismen: *Physica D* **81** (1995) 117.
- [3] K. Matsuo and Y. Murakami: *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** (1999) 461.
- [4] E. L. Koschmieder: *Bénard Cells and Taylor Vortices* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993).
- [5] A. V. Getling, *Rayleigh-Bénard Convection Structures and Dynamics* (World Scientific, 1998).
- [6] L. D. Landau and I. M. Lifshitz: *Fluid Mechanics*, (Pergamon Press, Oxford, 1987) 2nd ed. p.102.
- [7] B. A. Malomed, A. A. Nepomnyashchy and M. I. Tribelskii: *Sov. Phys. JETP* **69** (1990) 388.
- [8] A. C. Newell and Y. Pomeau: *J. Phys. A* **26** (1993) L429.
- [9] J. Mizushima: *Fluid Dyn. Res.* **11** (1993) 297.
- [10] A. C. Newell and J. A. Whitehead: *J. Fluid Mech.* **38** (1968) 279.
- [11] K. Stewartson and J. T. Stuart: *J. Fluid Mech.* **48** (1971) 529.
- [12] J. Swift and P. C. Hohenberg: *Phys. Rev. A* **15** (1977) 319.
- [13] F. B. Lipps and R. C. J. Somerville: *Phys. Fluids* **14** (1971) 759.
- [14] A. V. Getling: *J. Fluid Mech.* **130** (1983) 165.
- [15] 村上洋一, 松生謙二: 第30回乱流シンポジウム講演論文集(1998-7) 85; 村上洋一: 研究集会「流体力学における非局所相互作用」報告集(九大応用力学研究所)(1999年4月)38.

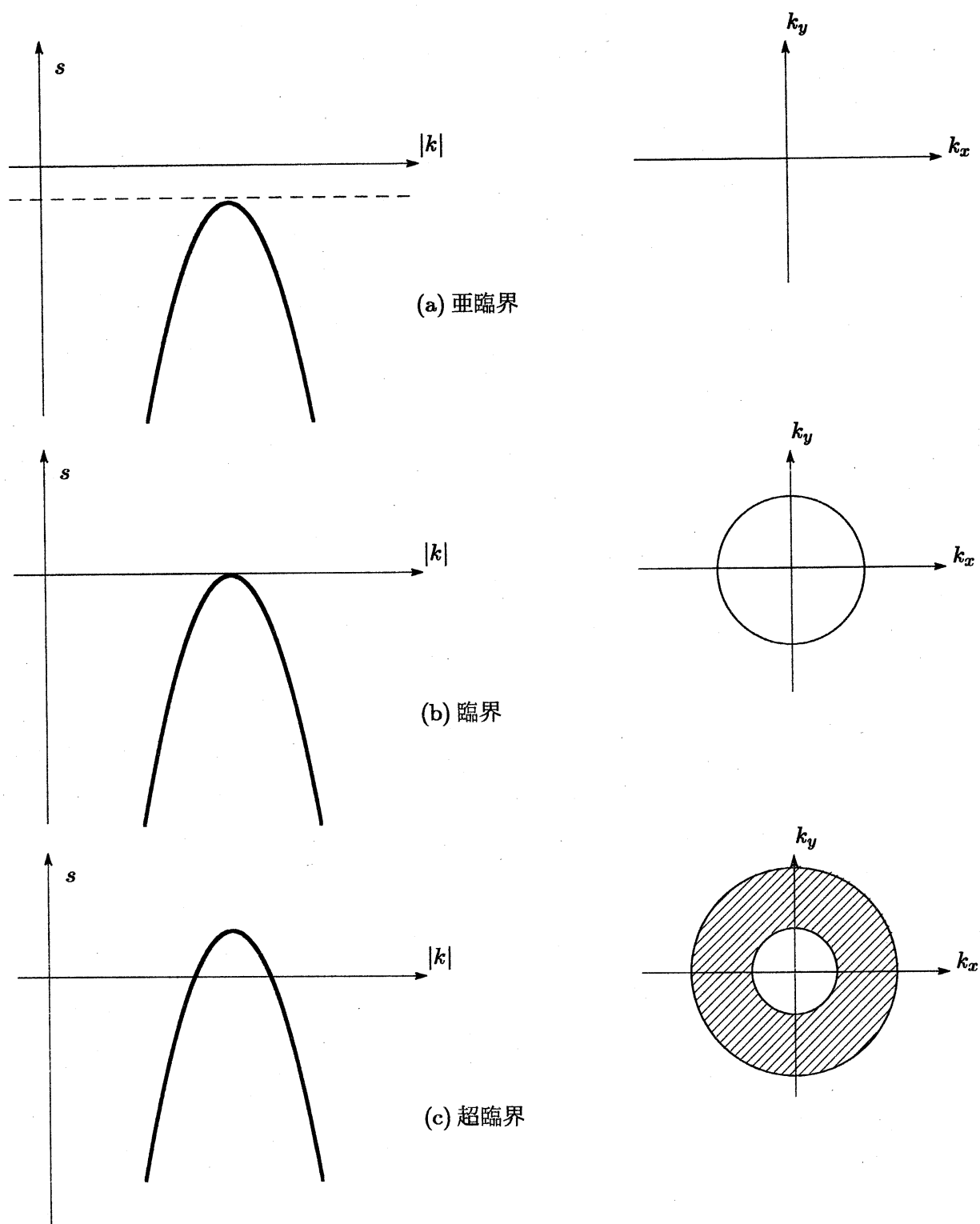


図 1: 等方的な線形分散関係による不安定. s は増幅率, $k_x, k_y, |k|$ は各々 x, y 方向の波数および波数の大きさ.

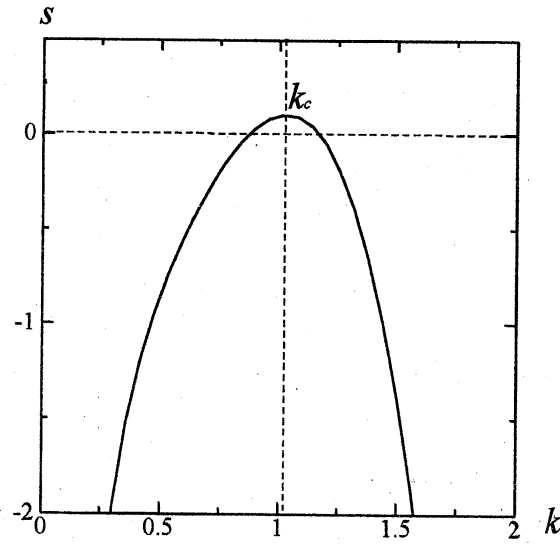


図 2: 線形増幅率 : s ($g = 0.015, c = 0.147, \beta = 14.37$)

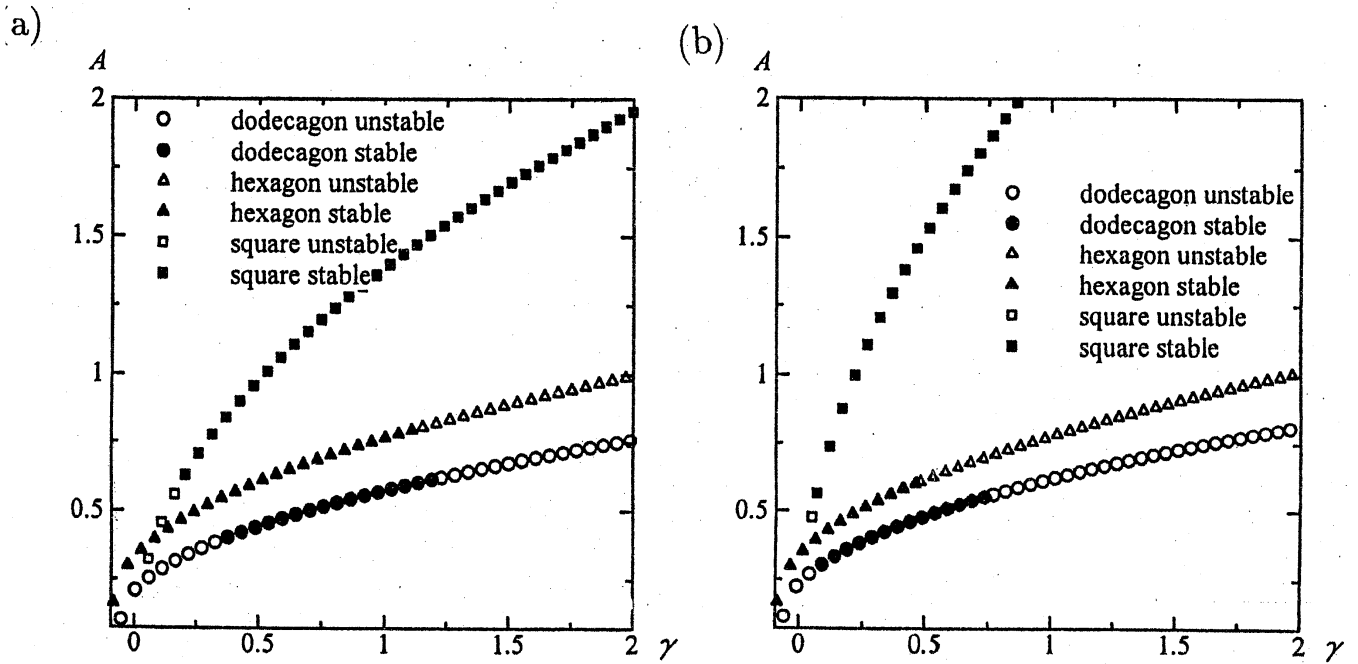


図 3: 定常解の振幅と安定性 : (a) $Pr = 7, \kappa = 0.043, c = 0.147, g = 0.0015, a = 0.5, |k| = 1.03$, (b) $Pr = 7, \kappa = 0.043, c = 0.147, g = 0.0015, a = 0.5, |k| = 1.026$.

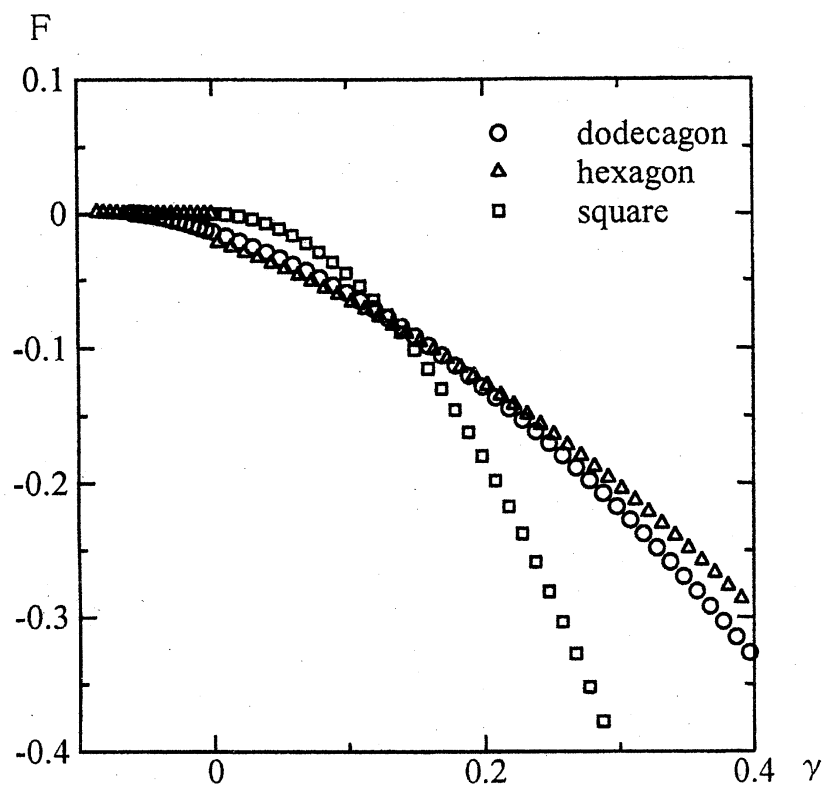
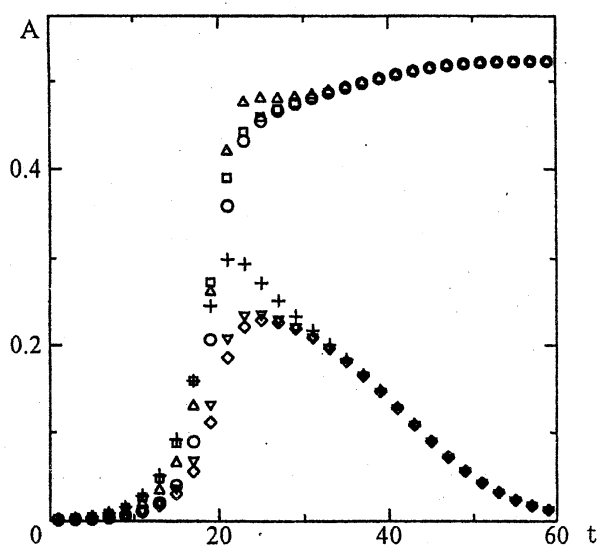


図 4: リャプノフ汎関数 F の増幅率 γ 依存性: $Pr = 7$, $\kappa = 0.043$, $c = 0.147$, $g = 0.0015$, $a = 0.5$, $|k| = 1.03$.

(a)



(b)

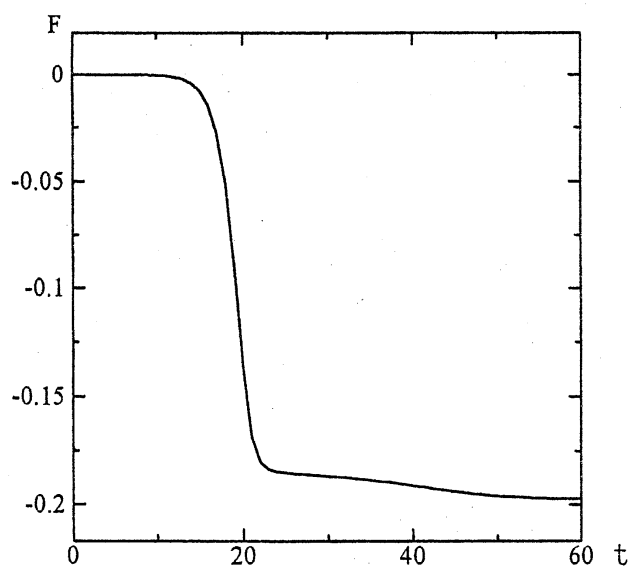


図 5: 時間発展 ($\gamma = 0.3$) (a) 振幅, (b) リャプノフ汎関数

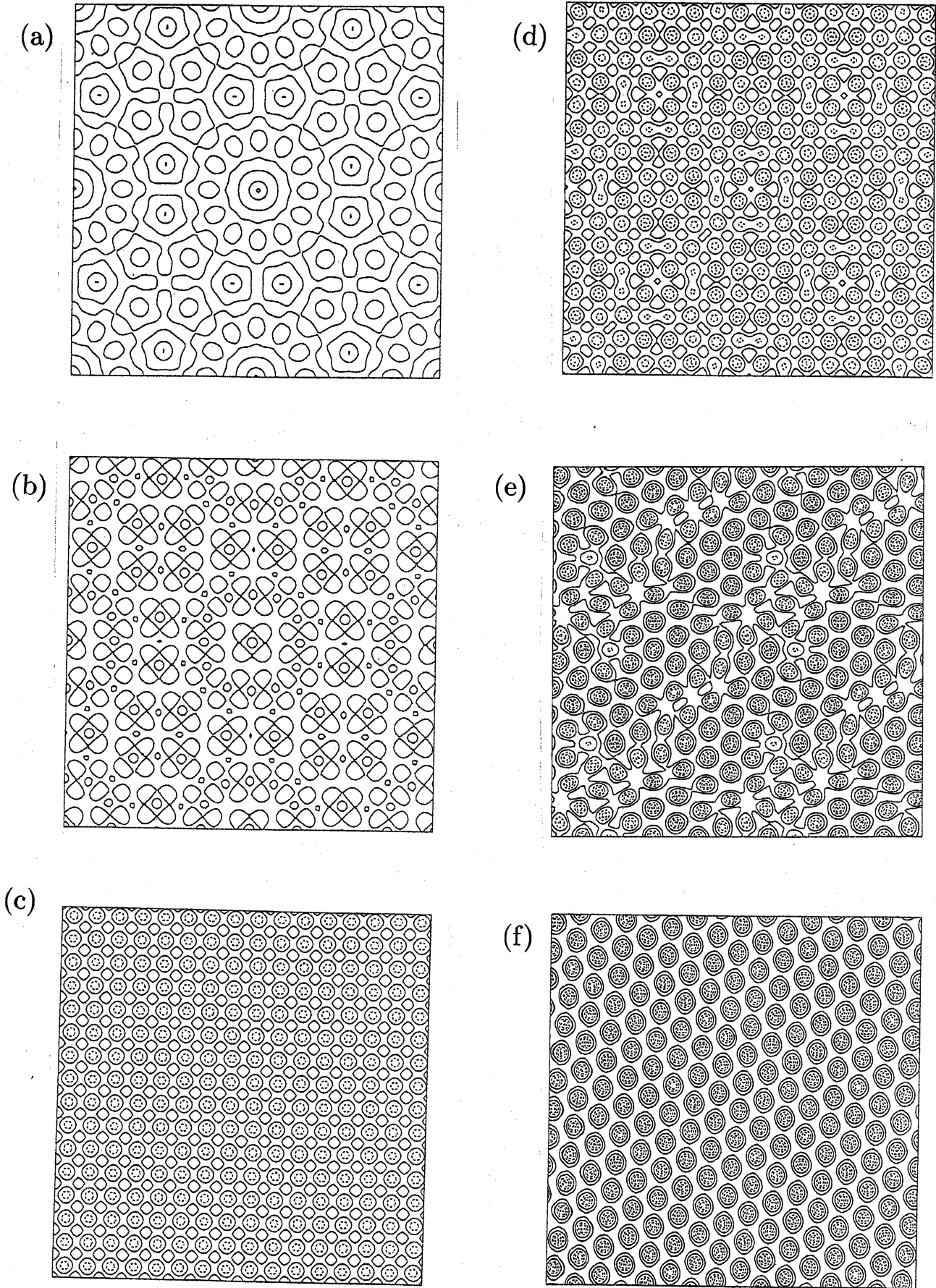


図 6: 温度の等高線の時間発展: (近似的な) 1 2 回対称性をもつ初期条件 ($Pr = 7$, $\kappa = 0.043$, $c = 0.147$, $g = 0.0015$, $a = 0.5$, $|k| = 1.03$, $s = 0.05$) (a) $t = 40$, (b) $t = 80$, (c) $t = 120 \sim 200$, (d) $t = 280$, (e) $t = 800$, (f) $t = 1200$

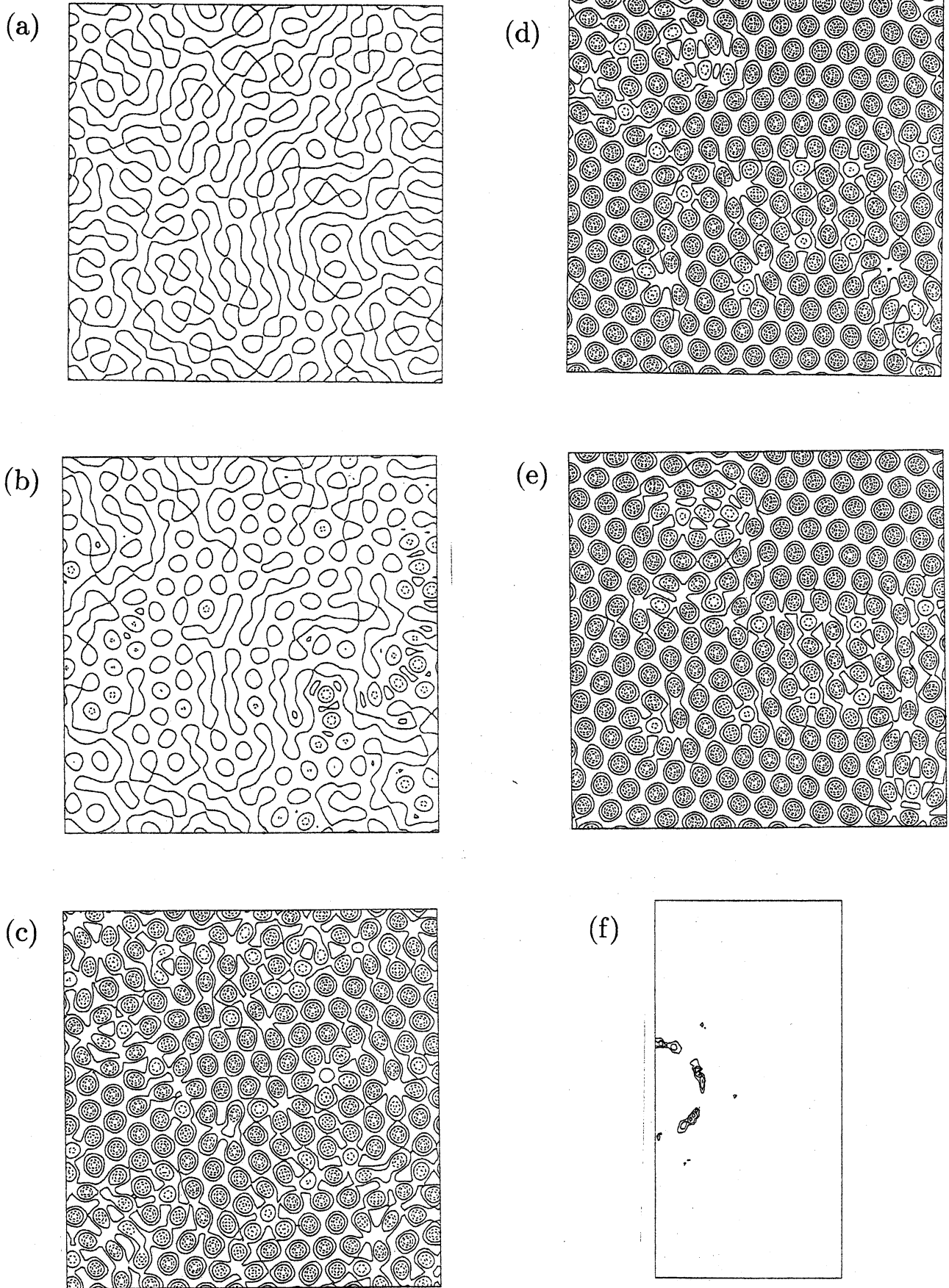


図 7: 温度の等高線の時間発展: 微小なランダムな初期条件 ($Pr = 7$, $\kappa = 0.043$, $c = 0.147$, $g = 0.0015$, $a = 0.5$, $|k| = 1.03$, $s = 0.05$) (a) $t = 40$, (b) $t = 80$, (c) $t = 120$, (d) $t = 400$, (e) $t = 4000$, (f) $t = 4000$

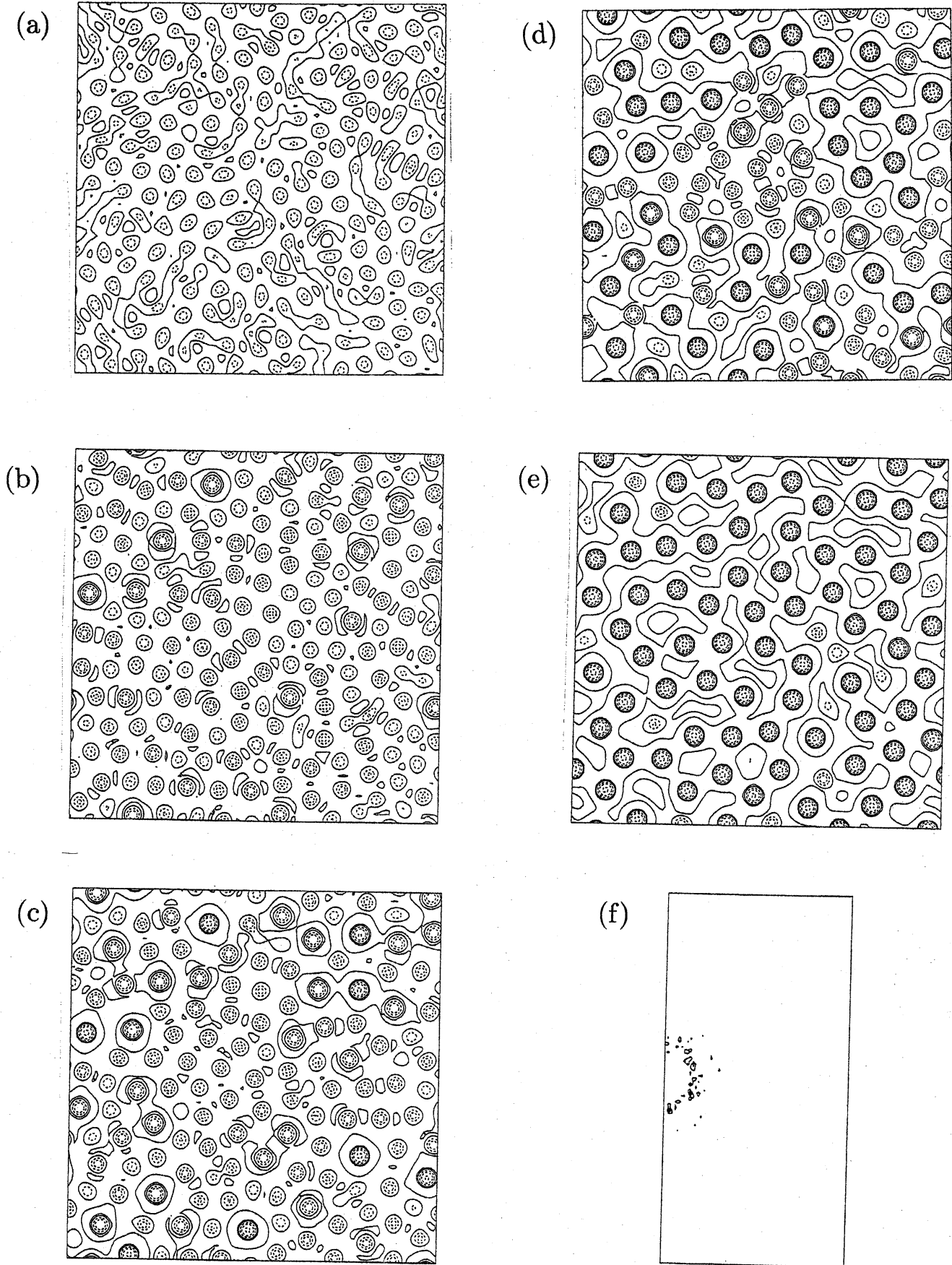


図 8: 温度の等高線の時間発展: 微小なランダムな初期条件 ($Pr = 7$, $\kappa = 0.043$, $c = 0.147$, $g = 0.0015$, $a = 0.5$, $|k| = 1.03$, $s = 0.6$) (a) $t = 10$, (b) $t = 20$, (c) $t = 40$, (d) $t = 60$, (e) $t = 400$, (f) $t = 400$

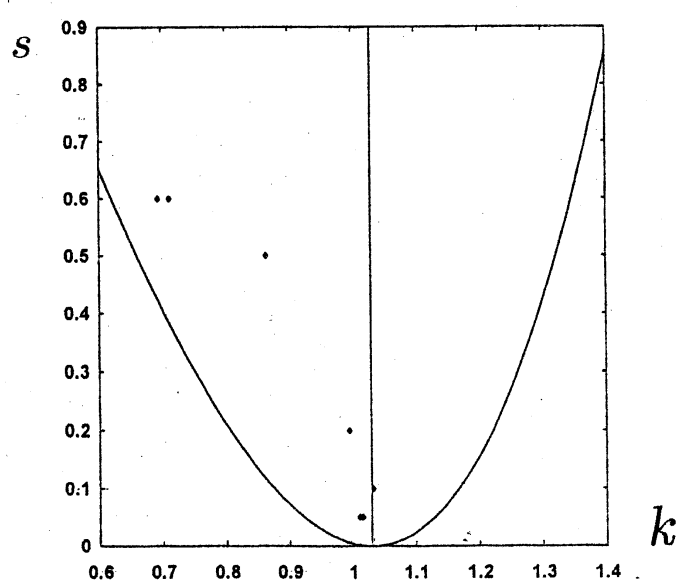


図 9: $s = \beta_c - \beta$ に対する, 選択された平均波数 k